

**Gutachten von Rem Georgijewitsch Barantzew zur Verteidigung der Dissertationen
von Roman Nikolajewitsch Miroschin und Jurgis Szlaza**

**Мирошин Р.Н. Асимптотика континуальных интегралов, связанных
с задачей об отражении атомов от шероховатой поверхности.**

Диссертация кандидата физико-математических наук.

Отзыв руководителя.

Трудности сближают различные области знаний, по-видимому, в большей мере, чем успехи; существенные препятствия обычно оказываются весьма общими. Задача отражения атомов от шероховатой поверхности приводит к вопросам, в решение которых упираются многие задачи радиотехники, акустики, статистической физики, сейсмологии и т.д. В математическом плане эти вопросы представляют интерес для теории случайных функций и асимптотического анализа. На этом пересечении конкретной физической задачи с общими методологическими проблемами асимптотики континуальных интегралов и возникла диссертация Р.Н.Мирошина. При исследовании взаимодействия атомов газа с твёрдыми поверхностями приходится изучать блуждания атома в случайных неровностях поверхности. Закон отражения от большого элемента шероховатой поверхности может быть выражен через закон отражения от ровного малого элемента с помощью некоторого оператора шероховатости. Этот оператор содержит вероятности свободного пролёта атома по прямолинейным отрезкам ломаной траектории при условии встречи с поверхностью в вершинах ломаной с заданными нормальными. Такие вероятности являются по существу континуальными интегралами. Их исследование и составляет содержание диссертации Р.Н.Мирошина.

Прежде всего, диссертант изучает возможности упрощения оператора шероховатости путём моделирования на различных этапах решения задачи: при выборе случайной функции, описывающей шероховатую поверхность, при изучении точечного процесса выбросов случайной функции над ломаной, при построении условной вероятности отсутствия выбросов. В каждом случае указаны полезные аппроксимации континуального интеграла более доступными операторами. Особый интерес здесь представляет выход к специфической краевой задаче для дважды параболического уравнения в случае, когда поверхность описывается (в сечении) Марковским процессом второго порядка. Основная часть работы посвящена асимптотическому анализу континуальных интегралов определённого вида по параметру $\alpha = \sigma_1 \tan \theta$ при $\alpha \rightarrow 0$ и $\alpha \rightarrow \infty$, где θ – угол отклонения траектории от нормали к среднему уровню поверхности; σ_1 – флуктуация наклона случайной поверхности. Сначала рассматривается несколько упрощённая задача, на которой результаты достигаются быстрее и методика предстаёт отчётливее. А именно, задача определения вероятности невыхода случайного процесса за наклонный уровень. В ней траектория состоит только из одного прямолинейного отрезка и нет априорных условий пересечения. Однако допускаются два новых параметра: смещение и длина отрезка. Результаты формулируются как для произвольной корреляционной функции, так и для $B(\tau) = \sigma^2 \exp(-\tau^2/\rho^2)$, во втором случае они,

естественно, полнее. Асимптотическое исследование оператора шероховатости проводится при указанном выше конкретном виде корреляционной функции. Доказательства теорем основываются на разложении континуального интеграла в ряд Райса и последующей асимптотической оценке кратных интегралов. Асимптотика является областью методологии, разработанной и систематизированной очень мало вообще, а для кратных интегралов в особенности. Поэтому в работе Р.Н.Мирошина большое место занимает искусство обращения с явлениями Стокса в многомерных областях. В последней главе рассмотрен интересный для приложений случай двухмасштабной шероховатости и делаются выводы, имеющие важное практическое значение.

Диссертация написана на хорошем теоретическом уровне. Есть, правда, и места, которые можно было бы сделать лучше или полнее. Например, хотелось бы видеть более обоснованный выбор фиксированных параметров γ_0, δ_0 в главе 2. Однако шероховатости работы достаточно далеки от того, чтобы растворить, смазать её достижения. Диссертанты бывают разные. Для одних кандидатская диссертация завершает период их творческой деятельности, для других – начинает или продолжает. Мирошин относится не к тем, для кого диссертация является последним научным вздохом. Можно с удовлетворением отнести его к начинающим работникам науки. Уже сейчас у него есть несколько работ, не вошедших в диссертацию, и немало интересных идей и творческих планов. Считаю, что защищаемая работа Р.Н.Мирошина вполне оправдывает присуждение ему учёной степени кандидата физико-математических наук. Р.Г.Баранцев.

Шлажа Ю. *Гиперзвуковое течение разреженного газа около полубесконечной пластинки.*

Диссертация кандидата физико-математических наук.

Отзыв руководителя.

Сложность задач аэродинамики разреженных газов обусловлена, главным образом, их многомерностью. Существует достаточно замкнутая постановка задач на уровне функции распределения f , но решение на этом уровне практически не достижимо и по своей подробности обычно не нужно. Гидродинамическое же описание в существенно неравновесных процессах недостаточно. Поэтому велика потребность в методах и решениях, промежуточных по уровню описания между микро- и макроподходами. В диссертации Ю.Шлажа применяется комплекс трёх методов: 1) Моментные разложения функции распределения. 2) Итерации интегрального кинетического оператора. 3) Асимптотические оценки при больших числах Маха. И рассматривается классическая задача гиперзвукового обтекания полубесконечной пластинки. При всей мощности применяемого аппарата и сравнительной простоте задачи достижение результата оказалось очень непростым делом в силу неравновесности и неравномерности поведения исследуемых величин. Моментное разложение функции распределения

диссертант проводит в подпространствах $\Omega^+(r)$, $\Omega^-(r)$, на которые пространство скоростей разделяется конической поверхностью разрыва f . Это шаг вперёд по сравнению с распространённым разложением в полном пространстве, где наличие разрыва не способствует эффективности разложения. Итерации интегральных моментных операторов довольно громоздки из-за их сложной структуры, и в работе рассматривается лишь первое приближение для полей гидродинамических величин и второе (с использованием релаксационной модели интеграла столкновений) – для потоков на поверхности пластинки. Большое место в диссертации занимают асимптотические оценки кратных интегралов при $M \rightarrow \infty$. Эти оценки являются весьма тонкими из-за неравномерности по промежуточным параметрам, а также вблизи поверхности ($y \rightarrow 0$) и носка ($x \rightarrow 0$) пластинки. Кое-где автору пришлось пойти на дополнительные упрощения в коэффициентах, но структуру неравномерности по x и y ему удалось раскрыть достаточно полно. В результате получены поля плотности, скорости и температуры, характеризующие формирование пограничного слоя, и потоки массы, импульса и энергии на поверхности пластинки. Проведены численные расчёты и построены графики, представившие интересный материал для обсуждений в сравнении с результатами, полученными многочисленными авторами на основе уравнений Навье-Стокса и пограничного слоя или экспериментально. Таким образом, достижения диссертанта имеют двойную ценность. Во-первых эта работа демонстрирует результативность применяемой методики и тем самым пробивает дорогу к практическому решению таких кинетических задач, которые пока не были доступны ни аналитическим, ни численным методам. Во-вторых, она даёт решение важной конкретной задачи аэродинамики разреженных газов. Работал диссертант прилежно и упорно, и новые научные результаты – заслуженная награда за этот труд. Считаю, что Ю.Шлажа вполне достоин учёной степени кандидата физико-математических наук.

Р.Г.Баранцев. 14.03.66.