

# Höhere Mathematik im Dienst der Medizin

Die bildgebende Diagnostik von heute geht auf eine alte Schlüsselidee zurück

RAINER SCHIMMING

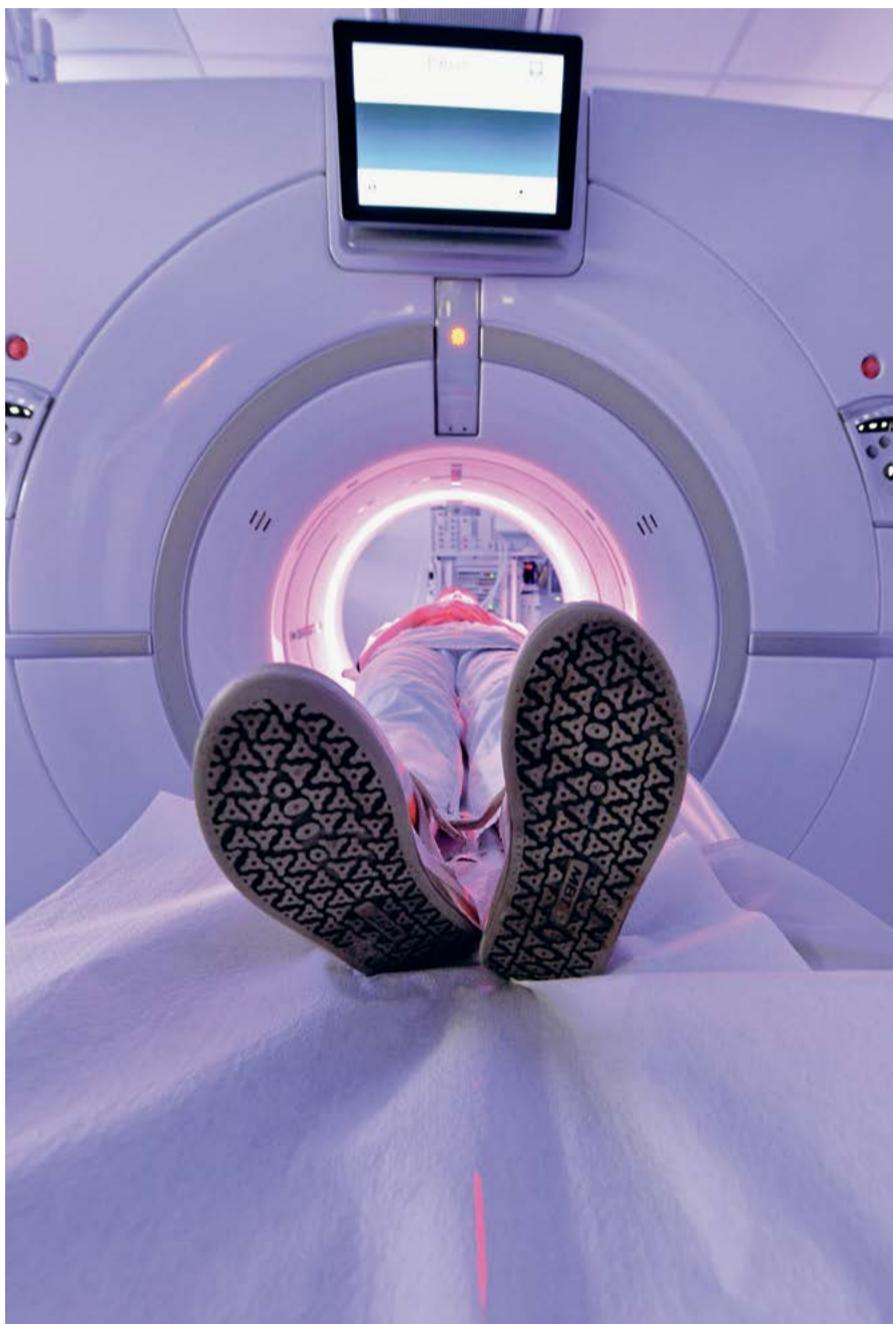
**H**eutzutage lag fast jeder Erwachsene schon einmal in der »Röhre« für eine Computertomografie (CT) oder Magnetresonanztomografie (MRT). Oder speziellere Tomografien werden durchgeführt. Auch wenn so mancher die Enge dieser Geräte beklemmend findet, wird es immer einfacher, in jeden inneren Winkel des menschlichen Körpers zu schauen. Und die dreidimensionalen Diagnoseverfahren werden immer spezifischer. Im Januar erst wurde zum Beispiel beschlossen, dass bei Verdacht auf eine chronische koronare Herzkrankheit bei gesetzlich Versicherten künftig die Computertomografie-Koronarangiografie (CCTA) angewandt werden kann, es braucht also keine Herzkatheteruntersuchung mehr.

Die herkömmliche Röntgendiagnostik hingegen konnte die dreidimensionalen Strukturen zunächst nur auf eine zweidimensionale Fläche projizieren. Die Schlüsselidee für die Darstellung ohne Informationsverlust ist dem Mathematiker Johann Radon (1887 – 1956) zu verdanken. Dieser führte eine neue – später nach ihm benannte – Integraltransformation räumlicher Funktionen ein. Der Geniestreich in seinem Paper, 1917 in einem Band der »Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften« erschienen, sind Ausdrücke für die Umkehrtransformation zur Radon-Transformation. Sein Formelwerk lässt sich als eine Gebrauchsanweisung für bestimmte reale Vorgänge interpretieren, für ein später Tomografie (von griech. tomos = Schnitt) genanntes bildgebendes Verfahren.

## Zerschneiden in Ebenen

Ein materieller Körper ist gegeben, gesucht sind die Verteilung der Masse oder selektiv gewisser Komponenten in ihm. Dafür wird eine Schar paralleler Ebenen ausgewählt, die als Bezugssystem dienen. Die gesuchte Verteilung im Körper setzt sich aus den Verteilungen in den Schnitten mit den Ebenen zusammen. Dann wird in jeder Bezugsebene aus jeder Richtung ein Strahl durch den Körper geschickt. Röntgenstrahlung oder eine andere Art von Strahlung kommt zum Einsatz. Beim Durchgang durch den Körper werden diese Strahlen geschwächt. Was dann ankommt, wird durch Detektoren gemessen und abgespeichert.

Summarisch gesehen wird ein Datensatz X in einen Datensatz Y überführt; X sind die relevanten Materialeigenschaften des Körpers, Y besteht aus den Anzeigen der Detektoren. Radons Transformation beschreibt die Verursachung von Y durch X. Die interessanteste Frage ist: Kann man von der Wirkung Y auf die Ursache X schließen? Ja, Radons Umkehrtransformation leistet gerade die Rekonstruktion! Dieses theoretische Ergebnis hat immense praktische Konsequenzen: Im Prinzip kann man mit so einer Tomografie in einen Körper hineinsehen. Der Mediziner erhält Informationen über das



Ohne höhere Mathematik nicht denkbar: Diagnosen mittels Computertomografie

Innere eines Organismus; sie setzen sich aus Schnittbilderinformationen zusammen und können in gewünschter Ordnung abgerufen werden. Techniker können ein Werkstück überall zerstörungsfrei überprüfen. Archäologen ermitteln reichlich Details von Fundstücken, ohne diese zu beschädigen.

## Lange Rechenzeiten

Freilich war es ein langer Weg vom Prinzip bis zur Realisierung. Er begann mit einer entmutigenden Nachricht: Die Radon-Umkehrtransformation ist schlecht konditioniert, mit anderen Worten fehleranfällig. Eine kleine Abweichung in Y (zum Beispiel ein unvermeidlicher Rundungsfehler) kann das Ergebnis X verfälschen. Die Kunst der Mathematik fand eine Lösung des Problems; sie besteht – grob gesprochen – aus dem Zwischenschalten zusätzlicher Integraltransformationen. Dadurch wird allerdings das nächste Problem noch verschärft: Die bekannten Rechenverfahren versagen bei der Auswertung einer Tomografie. Formal funktionieren sie zwar,

aber sie dauern zu lange. Selbst die besten Computer wären überfordert und die Geduld des Menschen erst recht. Mathematiker erfanden also effizientere Rechenverfahren mit moderater Laufzeit. Physiker waren und sind gefordert, wenn es um Materialien, Strahlen und Intensitäten geht. Ingenieure schließlich bauen die entsprechenden Großgeräte.

So kam es, dass im Jahr 1979 der Nobelpreis für Medizin an den Physiker Allan McCormack und den Ingenieur Godfrey N. Hounsfield verliehen wurde, für wesentliche Fortschritte bei der Entwicklung der computergestützten Tomografie.

Heute kommen außer Röntgenstrahlen auch andere durchdringende Strahlen zum Einsatz: solche aus dem elektromagnetischen Spektrum, Partikelstrahlung (aus Elektronen, Positronen oder Neutronen) und sogar Schall. Entsprechend vielfältig sind heutzutage die gesuchten Materialeigenschaften. Die bekannte CT bildet die Massenverteilung ab, die MRT die Verteilung der Protonen im Wasseranteil.